文章编号：1674-3180（2012）01-0055-12

解读“京房六十律”的律数

陈应时
（上海音乐学院　音乐学系，上海　200031）

摘要：“京房六十律”是按照三分损益法产生的，其律数均有实数、律数和准律数三种表达方式。历代各种版本《后汉书·律历志》所列的上述三种律数并不完全相同，这是由于各版本作了不同校勘的结果。因《后汉书》中华书局1965年点校本以清末王先谦（1842—1917）的《后汉书集解》和其他有关文献作为校勘依据，又创造性地应用了“据算理改”的方法，故其所校勘内容更受到注目，其所校正的数据现已成了广泛应用的范本。但本文认为，即便是经“中华本”校勘的数据，也未必完全符合“京房六十律”各律应有律数，故尚有按三分损益法重新计算和解读的必要。

关键词：京房六十律；实数；律数；准律数
中图分类号：G612.1　　　　文献标识码：A

An Interpretation of Temperament-number in Jing Fang's "Sixty Temperaments"

CHEN Ying-shi

Abstract：Jing Fang's "sixty temperaments" are produced according to the law of *sanfensunyi*（tempered by three，equaled by six，and obtains twelve），and there exist three types of temperament-number such as *shiji*-number（arithmetic product），*lvcun*-number and *zhunlv*-number. As a result of different collations，the three kinds of temperament-number are not quite the same in the various versions of *Records of Temperaments* of *Book of the Later Han Dynasty*. Although the data corrected in the 1965 punctuated version published by Zhonghua Book Company has become a widely-used model，this paper points out that they might be not accord with the proper temperament-number of Jing Fang's "sixty temperaments". Therefore，it is still necessary to re-calculate and interpret in accordance with the method of *sanfensunyi*.

Key words：Jing Fang's sixty temperaments；*shiji*-number；*lvcun*-number；*zhunlv*-number

汉代律学家京房（前77—前37）发明的“京房六十律”，其律数最早载于晋朝司马彪（？—约306）撰《续汉书》“八志”之一的《律历志》中，后《续汉书》“八志”被合编于南朝宋范晔（398—445）撰的《后汉书》中。现见《后汉书·律历志》各种版本中的“京房六十律”律数均有三种表达方

收稿日期：2011-12-20
作者简介：陈应时（1933—　），男，上海人，教授，博士生导师，主要从事中国古代音乐史、乐律学研究。

式：（1）以 177147 为黄钟基数而产生的六十律“实数”，（2）以“九寸”为黄钟基数而产生的六十律“律寸数”，（3）以“九尺”为黄钟基数而产生的六十律“准律数”。① 但历代各种版本《后汉书·律历志》所列的上述三种律数并不完全相同，这是由于各版本作了不同校勘的结果。

在现今所见各本对于“京房六十律”律数的校勘中，因《后汉书》中华书局 1965 年点校本（以下简称“中华本”）以清末王先谦（1842—1917）的《后汉书集解》和其他有关文献作为校勘依据，又创造性地应用了“据算理改”的方法，故其所校勘内容更受到注目，其所校正的数据现已成了广泛应用的范本。但本文认为，即便是经“中华本”校勘的数据，也未必完全符合“京房六十律”各律应有律数，故尚有研讨的必要。

一、“京房六十律”应有的实数

关于“京房六十律”的生律法，在《后汉书·律历志》所录京房的自述和所引京房的《律术》中对于“京房六十律”三种律数的产生和它们之间的关系说得很清楚：

> 六十律相生之法：以上生下，皆三生二；以下生上，皆三生四。阳下生阴，阴上生阳，终于中吕，而十二律毕矣。中吕上生执始，执始下生去灭，上下相生，终于南事，六十律毕矣。[1]3000

> 黄钟，律吕之首，而生十一律者也。其相生也，皆三分而损益之。是故十二律之得十七万七千一百四十七，是为黄钟之实。又以二乘而三约之，是为下生林钟之实。又以四乘而三约之，是为上生太簇之实。推此上下，以定六十律之实。以九三之，得万九千六百八十三为法。于律为寸，于准为尺。不盈者十之，所得为分。又不盈十之，所得为小分。以其余正其强弱。[1]3001—3002

按照京房如上的说明，我们即可知道“京房六十律”用的生律法是首见于《管子·地员》的三分损益法，[2]172黄钟之实 177147 是来自《淮南子·天文训》“置一而十一三之（即 3^{11}——引者注），为积分十七万七千一百四十七，黄钟之大数立焉”。[3] “以九三之（即 3^9——引者注），得万九千六百八十三为法”来自《史记·生黄钟术》“置一而九三之以为法。实如法，得长一寸。凡得九寸，命曰‘黄钟之宫’”。[4]1251有了黄钟实数 177147，就可以用“三分损益法”得出六十律每一律的实数。再将六十律的每一律实数用“以九三之”的 19683 来除，所得每一律的商数即成为以 9 为黄钟基数“于律为寸，于准为尺”的另两套律数。因此，若要搞清楚“京房六十律”三种表达方式的律数，首先要弄明白以 177147 为黄钟之实的 60 个实数。现先按京房所述的“三分损益上下相生”生律法计算出六十律应有的实数制表 1 如下（为便于比较，表中左旁列“中华本”之六十律实数）。

表 1

生律序	律名	“京房六十律”实数		三分损益 上下相生
		中华本	本文计算值	
1	黄钟	177147	177147	×2/3
2	林钟	118098	118098	×4/3
3	太簇	157464	157464	×2/3
4	南吕	104976	104976	×4/3
5	姑洗	139968	139968	×2/3
6	应钟	93312	93312	×4/3

① 本文为了便于在称谓上区别这三种律数，故将它们分别称为“实数”、“律寸数”、“准律数”，统称“律数”。

续表

生律序	律名	“京房六十律”实数		三分损益上下相生
		中华本	本文计算值	
7	蕤宾	124416	124416	×4/3
8	大吕	165888	165888	×2/3
9	夷则	110592	110592	×4/3
10	夹钟	147456	147456	×2/3
11	无射	98304	98304	×4/3
12	中吕	131072	131072	×4/3
13	执始	174762	174762 [. 66 66666666666666 666666666]	×2/3
14	去灭	116508	116508 [. 44 44444444444444 4444444444]	×4/3
15	时息	155344	155344 [. 59 25925925925925 9259259259]	×2/3
16	结躬	103563	103563 [. 06 17283950617283 9506172833]	×4/3
17	变虞	138084	138084 [. 08 23045267489711 9341563786]	×2/3
18	迟内	92056	92056 [. 054 86968449931412 8943758519]	×4/3
19	盛变	122741	122741 [. 40 64929126657521 7192501136]	×4/3
20	分否	163654	16365 [5. 20 86572168876695 6256668181]	×2/3
21	解形	109103	109103 [. 47 24381445917797 0837778787]	×4/3
22	开时	145470	14547 [1. 29 65841927890396 1117038383]	×2/3
23	闭掩	96980	96980 [. 864 38946185935974 0780255888]	×4/3
24	南中	129308	12930 [7. 81 91859491458129 8770700785]	×4/3
25	丙盛	172410	172410 [. 42 55812655277506 502760105]	×2/3
26	安度	114940	114940 [. 28 37208436851671 0018400698]	×4/3
27	屈齐	153253	153253 [. 71 16277915802228 0024534264]	×2/3
28	归期	102169	102169 [. 14 10851943868152 0016356169]	×4/3
29	路时	136225	136225 [. 52 14469258490869 3355141559]	×2/3
30	未育	90817	90817 [. 014 29795056605795 5700943723]	×4/3
31	离宫	121089	121089 [. 35 23972674214106 076012583]	×4/3
32	凌阴	161452	161452 [. 46 98630232285474 7680167773]	×2/3
33	去南	107635	10763 [4. 97 99086821523649 8453445182]	×4/3
34	族嘉	143513	143513 [. 30 65449095364866 4604593576]	×2/3
35	邻齐	95675	95675 [. 537 69660635765776 403062384]	×4/3
36	内负	127567	127567 [. 38 35954751435436 8537416512]	×4/3
37	分动	170089	170089 [. 84 47939668580582 4716555349]	×2/3
38	归嘉	113393	113393 [. 22 98626445720388 3144370233]	×4/3
39	隋期	151190	151190 [. 97 31501927627184 4192493644]	×2/3
40	未卯	100794	10079 [3. 98 21001285084789 6128329096]	×4/3
41	形始	134392	13439 [1. 97 61335046779719 4837772128]	×2/3
42	迟时	89595	8959 [4. 650 75566978531463 2251814186]	×4/3
43	制时	119460	1194 [59. 53 43408930470861 7633575225]	×4/3
44	少出	159280	1592 [79. 37 91211907294482 3511433633]	×2/3

续表

生律序	律名	“京房六十律”实数		三分损益上下相生
		中华本	本文计算值	
45	分积	106187	10618 [6. 2527474604862988 2340955755]	×4/3
46	争南	141582	14158 [1. 670329947315065 0978794100]	×2/3
47	期保	94388	9438 [7. 7802199648767100 65252940044]	×4/3
48	物应	125850	125850 [. 3736266198356134 2033725339]	×4/3
49	质末	167800	167800 [. 4981688264474845 6044967119]	×2/3
50	否与	111867	11186 [6. 9987792176316563 7363311413]	×4/3
51	形晋	149156	14915 [5. 9983722901755418 3151081884]	×2/3
52	夷汗	99437	99437 [. 3322481934503612 21007212557]	×4/3
53	依行	132582	13258 [3. 1096642579338149 6134295008]	×4/3
54	色育	176776	17677 [7. 4795523439117532 817906001]	×2/3
55	谦待	117851	117851 [. 6530348959411688 5452706673]	×4/3
56	未知	157134	15713 [5. 5373798612548918 0603608893]	×2/3
57	白吕	104756	10475 [7. 0249199075032612 0402405932]	×4/3
58	南授	139674	13967 [6. 0332265433376816 0536541243]	×2/3
59	分乌	93116	9311 [7. 3554843622251210 70243608284]	×4/3
60	南事	124154	12415 [6. 4739791496334947 6032481105]	不生

二、“中华本”所录“京房六十律”实数的计算

由表 1 可以发现，本文严格按照京房所述“三分损益上下相生”所计算的“京房六十律”实数和“中华本”所录的“京房六十律”实数，两者除最初生出的前 12 律之外，其后 48 律的实数都是各不相同的（见表中本文计算各律的方括号部分）。之所以会出现两者在后 48 律实数上的差异，据笔者推算，其原因有三：（1）在计算后 48 律的实数时，全都限制在和前 12 律一样的六位或五位整数；（2）为了使后 48 律实数都成为六位或五位整数，故就废用了如前 12 律那样连续“三分损益上下相生”的生律法，而是每生一律时将不合六位或五位整数的律经进位处理后再生下一律；（3）在计算后 48 律实数作进位处理时并没有严格采用统一的“四舍五入”法，而是将小数点后的余数是否采用“四舍五入”，要以生下一律或生隔一至数律的实数是否能构成六位或五位整数而定。现将笔者推测的此种生律结果制表 2 如下。

表 2

生律序	律名	生律结果	三分损益上下相生之值	进位处理
1	黄钟	177147	177147	
2	林钟	118098	118098	
3	太簇	157464	157464	
4	南吕	104976	104976	
5	姑洗	139968	139968	
6	应钟	93312	93312	
7	蕤宾	124416	124416	

续表

生律序	律名	生律结果	三分损益上下相生之值	进位处理
8	大吕	165888	165888	
9	夷则	110592	110592	
10	夹钟	147456	147456	
11	无射	98304	98304	
12	中吕	131072	131072	
13	执始	174762	174762.6666666666666666666666666	不入反舍
14	去灭	116508	116508	
15	时息	155344	155344	
16	结躬	103563	103562.66666666666666666666666667	五入进位 1
17	变虞	138084	138084	
18	迟内	92056	92056	
19	盛变	122741	122741.33333333333333333333333333	四舍
20	分否	163654	163654.66666666666666666666666667	不入反舍
21	解形	109103	109102.66666666666666666666666667	五入进位 1
22	开时	145470	145470.66666666666666666666666667	不入反舍
23	闭掩	96980	96980	
24	南中	129308	129306.66666666666666666666666667	五入进位 2
25	丙盛	172410	172410.66666666666666666666666667	不入反舍
26	安度	114940	114940	
27	屈齐	153253	153253.33333333333333333333333333	四舍
28	归期	102169	102168.66666666666666666666666667	五入进位 1
29	路时	136225	136225.33333333333333333333333333	四舍
30	未育	90817	90816.666666666666666666666666667	五入进位 1
31	离宫	121089	121089.33333333333333333333333333	四舍
32	凌阴	161452	161452	
33	去南	107635	107634.66666666666666666666666667	五入进位 1
34	族嘉	143513	143513.33333333333333333333333333	四舍
35	邻齐	95675	95675.333333333333333333333333333	四舍
36	内负	127567	127566.66666666666666666666666667	五入进位 1
37	分动	170089	170089.33333333333333333333333333	四舍
38	归嘉	113393	113392.66666666666666666666666667	五入进位 1
39	隋期	151190	151190.66666666666666666666666667	不入反舍
40	未卯	100794	100793.33333333333333333333333333	不舍反入
41	形始	134392	134392	
42	迟时	89595	89594.666666666666666666666666667	五入进位 1
43	制时	119460	119460	
44	少出	159280	159280	
45	分积	106187	106186.66666666666666666666666667	五入进位 1
46	争南	141582	141582.66666666666666666666666667	不入反舍

续表

生律序	律名	生律结果	三分损益上下相生之值	进位处理
47	期保	94388	94388	
48	物应	125850	125850.66666666666666666666666667	不入反舍
49	质末	167800	167800	
50	否与	111867	111866.66666666666666666666666667	五入进位 1
51	形晋	149156	149156	
52	夷汗	99437	99437.33333333333333333333333333	四舍
53	依行	132582	132582.66666666666666666666666667	不入反舍
54	色育	176776	176776	
55	谦待	117851	117850.66666666666666666666666667	五入进位 1
56	未知	157134	157134.66666666666666666666666667	不入反舍
57	白吕	104756	104756	
58	南授	139674	139674.66666666666666666666666667	不入反舍
59	分乌	93116	93116	
60	南事	124154	124154.66666666666666666666666667	不入反舍

由表 2 可以看出，京房为了保证后 48 律的实数和前 12 律一样成六位或五位整数，故后 48 律在生律时，除了有 19 律小数点后之数作“四舍五入”处理之外，尚有 13 律作不规则处理的，其中包括：（1）满五不入反舍去的，如第 13、20、22、25、39、46、48、53、56、58、60 律；（2）四不舍反入的，如第 40 律；（3）满五不入 1 而入 2 的，如第 24 律。这样处理的结果，虽然能使这后 48 律的实数都成为六位或五位整数，但严格地说，这些数据已不是真正的三分损益律实数了！

三、“中华本”所录“于律为寸、于准为尺”律数的计算

前已提及，“京房六十律”中“于律为寸、于准为尺”的两套律数，是由上述表 2 中所得的“六十律之实”再“以九三之，得万九千六百八十三为法”而求得的，只是在律数的计算和表述上稍有不同。

“于律为寸”的“律寸数”计算法：在所有各律六位或五位实数“以九三之为法”（除以 19683）所得的商数为“寸”，除不尽部分加“0”后所得的商数为“分”，再除不尽部分加“0”后所得的商数为“小分”（至小分止即保留小数点后两位商数），再在“小分”之后加“弱”、“微弱”或“微强”、“少强”、“强”、“半强”、“大强”的模糊记数法来表示。其具体的表达方法：以“0.0001”—“0.0018”作“微强”，以“0.0019”—“0.002”作“少强”，以“0.003”、“0.004”作“强”，以“0.004”、“0.005”作“半强”，以“0.006”为“大强”；以“0.009”进位“0.01”作“微弱”，以“0.008”、“0.007”进位“0.01”作“弱”。

“于准为尺”的“准律数”计算法：在所有各律六位或五位实数“以九三之为法”（除以 19683）后所得的商数为“尺”，除不尽部分加“0”后再除，所得的商数为“寸”（至寸止，即保留小数点后一位商数），然后在“寸”之后直接标出余数。

相对而言，在这两类律数的数值中，因“准律数”在尺、寸数之后直接标出除不尽的余数，故要比“律寸数”用强弱表示余数要精确得多。但是，因为这两种律数都是基于“京房六十律”的六位实数计算出来的，所以它们的数值除了前 12 律之外，其后 48 律的“律”、“准”两种律数和实数的后 48 律一样，也已经不是真正的三分损益律律数了。现将“京房六十律”中按本文表 1 实数计算出的“律

寸数”、“准律数”制表 3 如下。

表 3

律高序	生律序	律名	“京房六十律”实数和“以九三之为法”律、准的律数	简　　式
（一）黄钟部				
1/1		黄钟	177147	177147
以九三之为法		律	9 寸	9 寸
		准	9 尺	9 尺
2/54		色育	176777.4795523439117532817906001	176777.4795＋
以九三之为法		律	8.9812264163158010340538429406137 寸	8.98 寸微强
		准	8.9 尺（余 1598.7795523439117532817906001）	8.9 尺（1598.7＋）
3/13		执始	174762.6666666666666666666666666	174762.6666＋
以九三之为法		律	8.8788633169062981591559552236244 寸	8.87 寸大强
		准	8.8 尺（余 1552.2666666666666666666666666666）	8.8 尺（1552.2＋）
4/25		丙盛	172410.4255812655277506502760105	172410.4255＋
以九三之为法		律	8.7593570889227012015775174521414 寸	8.76 寸微弱
		准	8.7 尺（余 1168.3255812655277506502760105）	8.7 尺（1168.3＋）
5/37		分动	170089.8447939668580582471655537	170089.8447＋
以九三之为法		律	8.6414593707243234292662279913479 寸	8.64 寸微强
		准	8.6 尺（余 816.0447939668580582471655537）	8.6 尺（816.04＋）
6/49		质末	167800.4981688264474845604496714	167800.4981＋
以九三之为法		律	8.5251485123622642627932962287964 寸	8.52 寸半强
		准	8.5 尺（余 494.9981688264474845604496714）	8.5 尺（494.9＋）
（二）大吕部				
7/8		大吕	165888	165888
以九三之为法		律	8.427983539094650205761316872428 寸	8.43 寸弱
		准	8.4 尺（余 550.8）	8.4 尺（550.8）
8/20		分否	163655.208657216887669562566681 9	163655.2086＋
以九三之为法		律	8.3145459867508452811849091440278 寸	8.31 寸强
		准	8.3 尺（余 286.3086572168876695625666819）	8.3 尺（286.3＋）
9/32		凌阴	161452.4698630232285474768016779 4	161452.4698＋
以九三之为法		律	8.2026352620547288801238023511609 寸	8.2 寸微强
		准	8.2 尺（余 51 8698630232285474768016779 4）	8.2 尺（51.869＋）
10/44		少出	159279.3791211907294482351143365 3	159279.3791＋
以九三之为法		律	8.0922308144688680306983241546781 寸	8.09 寸少强
		准	8 尺（余 1815.3791211907294482351143365 3）	8 尺（1815.3＋）
（三）太簇部				
11/3		太簇	157464	157464
以九三之为法		律	8 寸	8 寸
		准	8 尺	8 尺
12/56		未知	157135.5373798612548918060360891 9	157135.5373＋

续表

律高序	生律序	律名	“京房六十律”实数和“以九三之为法”律、准的律数	简 式
以九三之为法		律	7. 98331237 0058489808047 8603916674 寸	7. 98 寸强
		准	7. 9 尺（余 1639. 837379861 2548918060360 8919）	7. 9 尺（1639. 8＋）
13/ 15		时息	155344. 592 5925925925925 9259259259	155344. 5925＋
以九三之为法		律	7. 89232294 8361153919249 7379765579 寸	7. 89 寸少强
		准	7. 8 尺（余 1817. 192592592 5925925925925 9259）	7. 8 尺（1817. 1＋）
14/ 27		屈齐	153253. 711 6277915802228 0024534273	153253. 7116＋
以九三之为法		律	7. 78609519 0153512179180 0155130163 寸	7. 78 寸半强
		准	7. 7 尺（余 1694. 611627791 5802228002453 4273）	7. 7 尺（1694. 6＋）
15/ 39		隋期	151190. 973 1501927627184 4192493663	151190. 9731＋
以九三之为法		律	7. 68129721 8421620826014 424881197 寸	7. 68 寸强
		准	7. 6 尺（余 1600. 173150192 7627184419249 3663）	7. 6 尺（1600. 1＋）
16/ 51		形晋	149155. 998 3722901755418 3151081893	149155. 9983＋
以九三之为法		律	7. 57790978 8766457122482 929981147 寸	7. 57 寸大强
		准	7. 5 尺（余 1533. 498372290 1755418315108 1893）	7. 5 尺（1533. 4＋）
（四）夹钟部				
17/ 10		夹钟	147456	147456
以九三之为法		律	7. 49154092 3639689071787 837219936 寸	7. 49 寸微强
		准	7. 4 尺（余 1801. 8）	7. 4 尺（1801. 8）
18/ 22		开时	145471. 296 5841927890396 1117038392	145471. 2965＋
以九三之为法		律	7. 39070754 3778529138831 030350246 寸	7. 39 寸微强
		准	7. 3 尺（余 1785. 396584192 7890396111703 8392）	7. 3 尺（1785. 3＋）
19/ 34		族嘉	143513. 306 5449095364866 4604593594	143513. 3065＋
以九三之为法		律	7. 29123134 4048647893443 379867698 寸	7. 29 寸微强
		准	7. 2 尺（余 1795. 706544909 5364866460459 3594）	7. 2 尺（1795. 7＋）
20/ 46		争南	141581. 670 3299473150650 9787941025	141581. 6703＋
以九三之为法		律	7. 19309405 7305660471731 8436930473 寸	7. 19 寸强
		准	7. 1 尺（余 1832. 370329947 3150650978794 1025）	7. 1 尺（1832. 3）
（五）姑洗部				
21/ 5		姑洗	139968	7. 1 尺 2187
以九三之为法		律	7. 11111111 1111111111111 1111111111 寸	7. 11 寸微强
		准	7. 1 尺（余 218. 6999999999 9999999999999 999781）	7. 1 尺（218. 7－）
22/ 58		南授	139676. 033 2265433376816 0536541261	139676. 0332＋
以九三之为法		律	7. 09627766 2274213162709 209237037 寸	7. 09 寸大强
		准	7 尺（余 1895. 03322654333 7681605365412 61）	7 尺（1895＋）
23/ 17		变虞	138084. 082 3045267489711 9341563786	138084. 0823＋
以九三之为法		律	7. 01539817 6321025705999 7670902738 寸	7. 01 寸半强
		准	7 尺（余 303. 08230452674 8971193415637 86）	7 尺（303. 08＋）
24/ 29		路时	136225. 521 4469258490869 3355141576	136225. 5214＋

续表

律高序	生律序	律名	“京房六十律”实数和“以九三之为法”律、准的律数	简式
以九三之为法		律	6.9209735023586774926044582337906	6.92 寸微强
		准	6.9 尺（余412.821446925849086933551415688576）	6.9 尺（412.8+）
25/41		形始	134391.9761335046779719483777 2145	134391.9761+
以九三之为法		律	6.8278197497081074009017110055098 寸	6.83 寸弱
		准	6.8 尺（余547.5761335046779719483777 2145）	6.8 尺（547.5+）
26/53		依行	132583.1096642579338149613429 5025	132583.1096+
以九三之为法		律	6.7359198122368507755403822054692 寸	6.73 寸半强
		准	6.7 尺（余707.0096642579338149613429 5025）	6.7 尺（707.0+）
（六）中吕部				
27/12		中吕	131072	
以九三之为法		律	6.6591474876797236193669664177209	6.66 寸微弱
		准	6.6 尺（余1164.2）	6.6 尺（1164.2）
28/24		南中	129307.8191859491458129877070 0793	129307.8191+
以九三之为法		律	6.5695178166920259011831380891089 寸	6.57 寸微弱
		准	6.5 尺（余1368.3191859491458129877070 0793	6.5 尺（1368.3+）
29/36		内负	127567.3835954751435436853741652	127567.3835+
以九三之为法		律	6.4810945280432425719496709935071 寸	6.48 寸微强
		准	6.4 尺（余1596.1835954751435436853741652）	6.4 尺（1596.1+）
30/48		物应	125850.3736266198356134203372535	125850.3736+
以九三之为法		律	6.3938613842716981970949721715948	6.39 寸强
		准	6.3 尺（余1847.4736266198356134203372535）	6.3 尺（1847.4+）
（七）蕤宾部				
31/7		蕤宾	124416	124416
以九三之为法		律	6.320987654320987654320987654321 寸	6.32 寸微强
		准	6.3 尺（413.1）	6.3 尺（413.1）
32/60		南事	124156.4739791496334947603248 1121	124156.4739+
以九三之为法		律	6.3078023664659672557415193218112 寸	6.31 寸弱
		准	6.3 尺（余153.5739791496334947603248 1121）	6.3 尺（153.5+）
33/19		盛变	122741.4064929126657521719250 1143	122741.4064+
以九三之为法		律	6.2359094900631339608886818580196 寸	6.23 寸半强
		准	6.2 尺（余706.8064929126657521719250 1143）	6.2 尺（706.8+）
34/31		离宫	121089.3523972674214106076012 5845	121089.3523+
以九三之为法		律	6.1519764465410466600928517633694 寸	6.15 寸微强
		准	6.1 尺（余1023.0523972674214106076012 5845）	6.1 尺（1023.05+）
35/43		制时	119459.5343408930470861763357524	119459.5343+
以九三之为法		律	6.0691731108516510230237431160087 寸	6.07 寸微弱
		准	6 尺（余1361.5343408930470861763357524）	6 尺（1361.5+）
（八）林钟部				
36/2		林钟	118098	

续表

律高序	生律序	律名	“京房六十律”实数和“以九三之为法”律、准的律数	简　式
以九三之为法		律	6寸	6寸
		准	6尺	6尺
37/55		谦待	117851.6530348959411688545270 6689	117851.6530＋
以九三之为法		律	5.9874842775438673560358952937504寸	5.99寸弱
		准	5.9尺（余1721.95303489594116885452706689）	5.9尺（1721.9＋）
38/14		去灭	116508.44444444444444444444444444	116508.4444＋
以九三之为法		律	5.9192422112708654394373034824163寸	5.92寸微弱
		准	5.9尺（余378.74444444444444444444444）	5.9尺（378.7＋）
39/26		安度	114940.28372084368516710018400705	114940.2837＋
以九三之为法		律	5.8395713926151341343850116347635寸	5.84寸微弱
		准	5.8尺（余778.88372084368516710018400705）	5.8尺（778.8＋）
40/38		归嘉	113393.22986264457203883144370247	113393.2298＋
以九三之为法		律	5.7609729138162156195108186608987寸	5.76寸微强
		准	5.7尺（余1200.12986264457203883144370247）	5.7尺（1200.1＋）
41/50		否与	111866.99877921763165637363311427	111866.9987＋
以九三之为法		律	5.6834323415748428418621974858645寸	5.68寸强
		准	5.6尺（余1642.19877921763165637363311427）	5.6尺（1642.1＋）
（九）夷则部				
42/9		夷则	110592	110592
以九三之为法		律	5.6186556927297668038408779149 52寸	5.62寸弱
		准	5.6尺（余367.2）	5.6尺（367.2）
43/21		解形	109103.47243814459177970837778794	109103.4724＋
以九三之为法		律	5.5430306578338968541232727626856寸	5.54寸强
		准	5.5尺（余846.97243814459177970837778794）	5.5尺（846.9＋）
44/33		去南	107634.97990868215236498453445196	107634.9799＋
以九三之为法		律	5.4684235080364859200825349007753寸	5.46寸大强
		准	5.4尺（余1346.77990868215236498453445196）	5.4尺（1346.7＋）
45/45		分积	106186.25274746048629882340955769	106186.2527＋
以九三之为法		律	5.3948205429792453537988827697856寸	5.39寸半强
		准	5.3尺（余1866.35274746048629882340955769）	5.3尺（1866.3＋）
（十）南吕部				
46/4		南吕	104976	104976
以九三之为法		律	5.3333333333333333333333333333333寸	5.33寸强
		准	5.3尺（余656.1）	5.3尺（656.1）
47/57		白吕	104757.02491990750326120402405946	104757.0249＋
以九三之为法		律	5.3222082467056598720319069277783寸	5.32寸强
		准	5.3尺（余437.12491990750326120402405946）	5.3尺（437.1＋）
48/16		结躬	103563.06172839506172839506172 84	103563.0617＋

续表

律高序	生律序	律名	“京房六十律”实数和“以九三之为法”律、准的律数	简　式
以九三之为法		律	5.26154863224076927949982531770 56 寸	5.26 寸微强
		准	5.2 尺（余 1211.461728395061728395061728 4）	5.2 尺（1211.4＋）
49/28		归期	102169.1410851943868152001635618	102169.1410＋
以九三之为法		律	5.19073012676900811945334367534 42 寸	5.19 寸微强
		准	5.1 尺（余 1785.841085194386815200163561 8）	5.1 尺（1785.8＋）
50/40		未卯	100793.9821001285084789612832910 9	100793.9821＋
以九三之为法		律	5.12086481228108055067628325413 25 寸	5.12 寸微强
		准	5.1 尺（余 410.682100128508478961283291 09）	5.1 尺（410.6＋）
51/52		夷汗	99437.33224819345036122100721268 8	99437.3322＋
以九三之为法		律	5.05193985917763808165528665410 19 寸	5.05 寸少强
		准	5 尺（余 1022 332248193450361221007212688）	5 尺（1022 3＋）
（十一）无射部				
52/11		无射	98304	98304
以九三之为法		律	4.99436061575979271452522481329 07 寸	4.99 寸强
		准	4.9 尺（余 1857.3）	4.9 尺（1857.3）
53/23		闭掩	96980.86438946185935974078025594 6	96980.8643
以九三之为法		律	4.92713836251901942588735356683 16 寸	4.93 寸弱
		准	4.9 尺（余 534.164389461859359740780255946）	4.9 尺（534.1＋）
54/35		邻齐	95675.53769660635765776403062396 2	95675.5376＋
以九三之为法		律	4.86082089603243192896225324513 35 寸	4.86 寸微强
		准	4.8 尺（余 1197.137696606357657764030623962）	4.8 尺（1197.1＋）
55/47		期保	94387.78021996487671006525294016 8	94387.7802＋
以九三之为法		律	4.79539603820377364782122912869 83 寸	4.79 寸半强
		准	4.7 尺（余 1877.680219964876710065252940168）	4.7 尺（1877.6＋）
（十二）应钟部				
56/6		应钟	93312	93312
以九三之为法		律	4.74074074074074074074074074074 07 寸	4.74 寸微强
		准	4.7 尺（余 801.9）	4.7 尺（801.9）
57/59		分乌	93117.35548436222512107024360840 6	93117.3554＋
以九三之为法		律	4.73085177484947544180613949135 83 寸	4.73 寸微强
		准	4.7 尺（余 607.255484362225121070243608406）	4.7 尺（607.2＋）
58/18		迟内	92056.05486968449931412894375857 3	92056.0548＋
以九三之为法		律	4.67693211754735047066651139351 59 寸	4.67 寸大强
		准	4.6 尺（余 1514.254869684499314128943758573）	4.6 尺（1514.2＋）
59/30		未育	90817.01429795056605795570094383 9	90817.0142＋
以九三之为法		律	4.61398233490578499506963882252 9 寸	4.61 寸大强
		准	4.6 尺（余 275.214297950566057955700943839）	4.6 尺（275.2＋）
60/42		迟时	89594.65075566978531463225181 43	89594.6507＋
以九三之为法		律	4.55187983313873826726780733700 66 寸	4.55 寸微强
		准	4.5 尺（余 1021.150755669785314632251814 3）	4.5 尺（1021.1＋）

四、结束语

我们知道,《管子·地员》篇的“凡将起五音,先主一而三之,四开以合九九($3^4=81$),以是生黄钟小素之首,以成宫”[2]173。《淮南子·天文训》“置一而十一三之(3^{11}),为积分十七万七千一百四十七,黄钟之大数立焉”[3]34,都是为了使三分损益生“五音”、“十二律”在四次“三分”、十一次“三分”之后所得的律数均为整数。但是同样用三分损益法生“六十律”,需要“三分”五十九次,故黄钟大数须是“置一而五十九三之(3^{59})”方可使所得“六十律”的实数全是整数。①[5]由于在两千年前的京房时代,受历史条件的局限,在没有相应计算工具的协助下,京房在计算三分损益“六十律”时只能采用了《淮南子·天文训》所立以177147为黄钟律的实数,故只可能保持“六十律”中前12律的实数均为六位或五位的整数(见表1),而在前12律之后,就会出现带小数点的实数。从各本《后汉书·律历志》所载以177147为黄钟律之实的六十律实数来看,其第12律之后的48律仍保持和前12律一样在六位或五位的整数范围之内,因而出现了表1中后48律实数和本文计算值之间存在着数值上的差异。如今,时代不同了,我们可以借助电脑上所附的计算器计算出符合于前引京房所述“六十律”的生律法所得的结果。虽然本文计算出的各律数据,其最后两位或三位数字因不同电脑CPU频率不同,故在不同电脑上显示时可能会出现差异,但终究比现存各本“京房六十律”的律数更接近京房所述“三分损益上下相生”的原意。

参考文献:

[1] 司马彪. 后汉书[M]. 北京:中华书局,1965.
[2] 房玄龄,注. 管子[M]. 上海:上海古籍出版社,1989.
[3] 刘安. 淮南子[M]. 上海:上海古籍出版社,1989.
[4] 司马迁. 史记[M]. 北京:中华书局,1959.
[5] 陈应时. “京房六十律”中的三种音差[J]. 中国音乐,2007(3).

① 笔者已作过如此计算,黄钟律实数为:14130386091738734504764811067。详见拙文《“京房六十律”中的三种音差》(参考文献[5])。